

**Bài 1:** (4,0 điểm) Cho biểu thức:  $P = \frac{x^2 - \sqrt{x}}{x + \sqrt{x} + 1} - \frac{2x + \sqrt{x}}{\sqrt{x}} + \frac{2(x-1)}{\sqrt{x}-1}$  ( $x > 0, x \neq 1$ ).

a) Rút gọn  $P$ .

b) Tìm giá trị của  $x$  để  $P = 3$ .

**Bài 2:** (4,0 điểm)

1) Với  $n$  chẵn ( $n \in \mathbb{N}$ ) chứng minh rằng:  $(20^n + 16^n - 3^n - 1)$  chia hết cho 323.

2) Tìm tất cả các số nguyên  $x$  sao cho giá trị của biểu thức  $x^2 + x + 6$  là một số chính phương.

3) Giải phương trình:  $2x^2 - 5x + 5 = \sqrt{5x-1}$

**Bài 3.** (4,0 điểm)

1. Cho các hàm số bậc nhất:  $y = 0,5x + 3$ ,  $y = 6 - x$  và  $y = mx$  (với  $m$  là tham số,  $x$  là ẩn) có đồ thị lần lượt là các đường thẳng  $(d_1)$ ,  $(d_2)$  và  $(\Delta_m)$ . Với những giá trị nào của tham số  $m$  thì đường thẳng  $(\Delta_m)$  cắt hai đường thẳng  $(d_1)$  và  $(d_2)$  lần lượt tại hai điểm  $A$  và  $B$  sao cho điểm  $A$  có hoành độ âm còn điểm  $B$  có hoành độ dương?

2. Cho  $a, b, c$  là ba số dương thỏa mãn:  $a + b + c = 1$ .

Chứng minh rằng:  $\frac{c+ab}{a+b} + \frac{a+bc}{b+c} + \frac{b+ac}{a+c} \geq 2$

**Bài 4:** (6,0 điểm)

Cho đường tròn tâm  $O$  bán kính  $R$  đường kính  $AB$ . Từ hai điểm  $A$  và  $B$  kẻ hai tia tiếp tuyến  $Ax$  và  $By$  với nửa đường tròn, điểm  $M$  thuộc nửa đường tròn (sao cho tia  $Ax$ ,  $By$  và nửa đường tròn chứa điểm  $M$  cùng nằm trên nửa mặt phẳng bờ  $AB$ ). Qua điểm  $M$  kẻ tiếp tuyến thứ ba, cắt các tia tiếp tuyến  $Ax$  và  $By$  lần lượt ở  $C$  và  $D$ , Gọi giao điểm của  $AD$  và  $BC$  là  $K$ ,  $MK$  và  $AB$  là  $H$ .

a) Chứng minh  $MK$  vuông góc với  $AB$  và  $MK=KH$ ;

b) Vẽ tam giác vuông cân  $MBE$  đỉnh  $B$  ra phía ngoài nửa đường tròn ( $O$ ) ( $BE$  và  $BD$  cùng nửa mặt phẳng bờ  $AB$ ). Chứng minh rằng khi  $M$  di chuyển trên nửa đường tròn đường kính  $AB$  thì đường thẳng đi qua  $E$  và song song với  $MB$  luôn đi qua một điểm cố định

**Bài 5:** (2,0 điểm) Cho 19 điểm nằm trong hay nằm trên cạnh của một lục giác đều có cạnh bằng 4cm. Chứng minh rằng, luôn tồn tại hai trong số 19 điểm đã cho mà khoảng cách giữa hai điểm đó không vượt quá  $\frac{4\sqrt{3}}{3}$  cm.

Hết

**Chú ý:** Thí sinh không được sử dụng máy tính cầm tay. Giám thị coi thi không giải thích gì thêm.  
Phần Hình học không sử dụng các kiến thức chương III- Toán 9.

## HƯỚNG DẪN CHẤM TOÁN 9 VÒNG 2

Năm học 2018-2019

| TT           |          | Nội dung  | Điểm      |
|--------------|----------|---|-----------|
| <b>Bài 1</b> |          |   | <b>4đ</b> |
|              | <b>a</b> | $P = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x^3} - 1)}{x + \sqrt{x} + 1} - \frac{\sqrt{x}(2\sqrt{x} + 1)}{\sqrt{x}} + \frac{2(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)}{\sqrt{x} - 1}$ $= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 1)(x + \sqrt{x} + 1)}{x + \sqrt{x} + 1} - 2\sqrt{x} - 1 + 2(\sqrt{x} + 1)$   | 1.0       |
|              |          | $= x - \sqrt{x} + 1$  | 1.0       |
|              | <b>b</b> | $P = 3 \Leftrightarrow x - \sqrt{x} + 1 = 3 \Leftrightarrow x - \sqrt{x} - 2 = 0$   | 0.5       |
|              |          | Đặt $\sqrt{x} = t, t \geq 0$ ta được pt $t^2 - t - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 (L) \\ t = 2 (TM) \end{cases}$  | 1.0       |
|              |          | Với $t = 2$ ta được $\sqrt{x} = 2 \Leftrightarrow x = 4$ (thỏa mãn ĐK).<br>Vậy $x = 4$ thì $P = 3$ .  | 0.5       |
| <b>Bài 2</b> |          |   | <b>4đ</b> |
|              | <b>1</b> | <p><b>Với n chẵn (<math>n \in \mathbb{N}</math>) chứng minh rằng: <math>20^n + 16^n - 3^n - 1 \vdots 323</math></b></p> <p>Ta có: <math>323 = 17 \cdot 19</math></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>20^n + 16^n - 3^n - 1 = (20^n - 1) + (16^n - 3^n)</math></li> </ul> <p><math>20^n - 1 \vdots 19</math><br/> <math>16^n - 3^n \vdots 19</math> (n chẵn)</p> <p>Do đó <math>20^n + 16^n - 3^n - 1 \vdots 19</math> (1)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>20^n + 16^n - 3^n - 1 = (20^n - 3^n) + (16^n - 1)</math></li> </ul> <p><math>20^n - 3^n \vdots 17</math><br/> <math>16^n - 1 \vdots 17</math> (n chẵn)</p> <p>Do đó <math>20^n + 16^n - 3^n - 1 \vdots 17</math> (2)</p> <p>Mà <math>(17; 19) = 1</math> nên từ (1) và (2) suy ra <math>20^n + 16^n - 3^n - 1 \vdots 323</math></p> | 1.5       |

**2**

$$x^2 + x + 6 = n^2; (n, x \in \mathbb{Z}) \Rightarrow 4x^2 + 4x + 24 = 4n^2 \Leftrightarrow 4x^2 + 4x + 1 - 4n^2 = -23$$

$$(2x + 1 - 2n)(2x + 1 + 2n) = -23; 2x + 1 - 2n < 2x + 1 + 2n$$

|               |    |     |
|---------------|----|-----|
| $2x + 1 - 2n$ | -1 | -23 |
| $2x + 1 + 2n$ | 23 | 1   |
| $4x + 2$      | 22 | -22 |
| x             | 5  | -6  |

Vậy số nguyên x cần tìm là 5 hoặc -6

1.5

**3**

$$\text{ĐKXD } x \geq \frac{1}{5}$$

$$2x^2 - 5x + 5 = \sqrt{5x - 1} \Leftrightarrow 2(x^2 - 3x + 2) + x + 1 - \sqrt{5x - 1} = 0$$

$$\Leftrightarrow 2(x^2 - 3x + 2) + \frac{(x + 1)^2 - (\sqrt{5x - 1})^2}{x + 1 + \sqrt{5x - 1}} = 0$$

$$\Leftrightarrow 2(x^2 - 3x + 2) + \frac{x^2 - 3x + 2}{x + 1 + \sqrt{5x - 1}} = 0 \Leftrightarrow (x^2 - 3x + 2) \left( 2 + \frac{1}{x + 1 + \sqrt{5x - 1}} \right) = 0$$

$$\text{do } x \geq \frac{1}{5} \Rightarrow 2 + \frac{1}{x + 1 + \sqrt{5x - 1}} > 0$$

$$x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow (x - 1)(x - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$S = \{1; 2\}$$

1.0

**Bài 3****4đ****1**

Điều kiện để  $(\Delta_m)$  là đồ thị hàm số bậc nhất là  $m \neq 0$

Phương trình hoành độ giao điểm của  $(d_1)$  và  $(\Delta_m)$  là:

$$0,5x + 3 = mx \Leftrightarrow (m - 0,5)x = 3$$

Điều kiện để phương trình này có nghiệm âm là  $m - 0,5 < 0$  hay  $m < 0,5$

Phương trình hoành độ giao điểm của  $(d_2)$  và  $(\Delta_m)$  là:

$$6 - x = mx \Leftrightarrow (m + 1)x = 6$$

Điều kiện để phương trình này có nghiệm dương là  $m + 1 > 0$  hay  $m > -1$

Vậy điều kiện cần tìm là:  $-1 < m < 0,5; m \neq 0$

2.0

2

Vì  $a + b + c = 1$  nên

$$c + ab = c(a + b + c) + ab = (c + a)(c + b)$$

$$a + bc = a(a + b + c) + bc = (b + a)(b + c)$$

$$b + ac = b(a + b + c) + ac = (a + b)(a + c)$$

nên BĐT cần chứng minh tương đương với

$$\frac{(c+a)(c+b)}{a+b} + \frac{(b+a)(b+c)}{a+c} + \frac{(a+b)(a+c)}{b+c} \geq 2$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{\left(\frac{(c+a)(c+b)}{a+b}\right)^2} + \sqrt{\left(\frac{(b+a)(b+c)}{a+c}\right)^2} + \sqrt{\left(\frac{(a+b)(a+c)}{b+c}\right)^2} \geq 2$$

Mặt khác dễ thấy:  $x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + yz + zx$ , với mọi  $x, y, z$  (\*)

Áp dụng (\*) ta có:

$$VT \geq b + c + a + b + c + a = 2$$

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi  $a = b = c = \frac{1}{3} \Rightarrow đpcm$

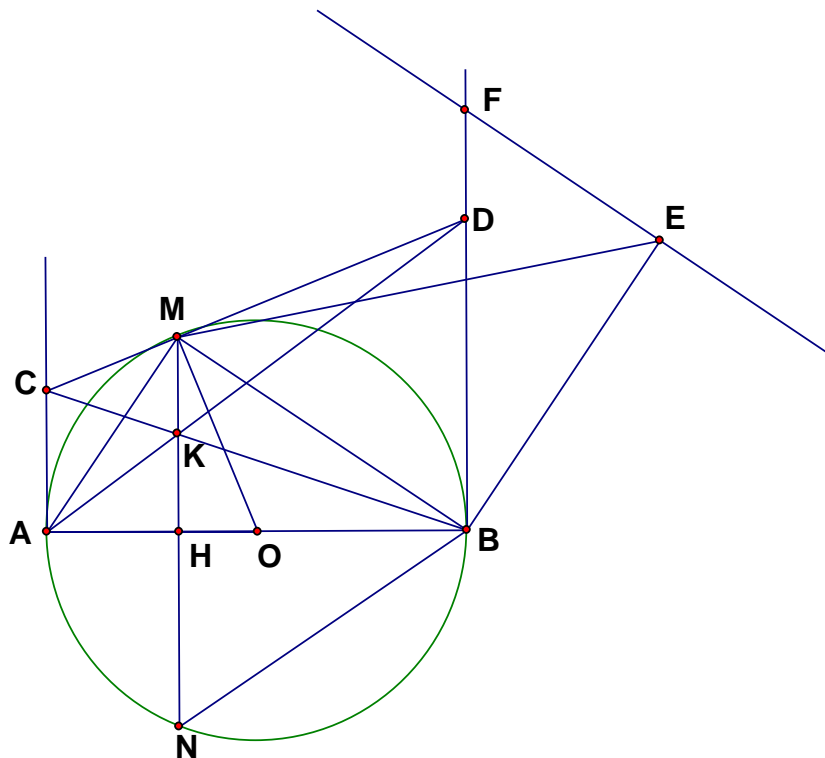
2.0

Bài 4

6đ

Vẽ hình đúng

Hình vẽ



*Học sinh vẽ hình đúng đến câu a :*

0.5

